CARGAS Y CAMPO ELÉCTRICO

PROBLEMA:

Un electrón, acelerado mediante una ddp de 1100 voltios, entra en la dirección del eje central de un tubo de rayos catódicos cuyas placas están separadas 2 cm y tienen una longitud de 4 cm. El campo eléctrico uniforme entre ellas es de 20000 N/C, vertical y hacia arriba. A 12 cm de la salida de las placas está la pantalla del tubo. Calcule la desviación vertical sufrida por el electrón justo al salir de las placas, y encontrar el punto de impacto en la pantalla.
Datos: $q_e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C ; $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg

SOLUCIÓN:

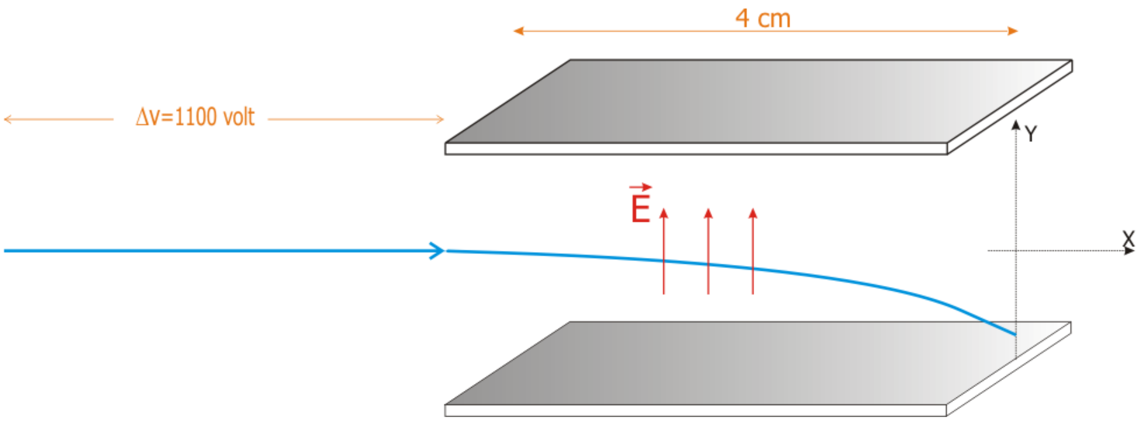
Puesto que la única fuerza que actúa sobre el electrón es la fuerza eléctrica, y esta es conservativa, la energía mecánica del electrón debe permanecer constante a lo largo de todo el trayecto.

En particular, en el primer tramo (antes de entrar en el tubo), se debe cumplir:

$$-\Delta E_p = \Delta E_c \rightarrow -q_e \Delta V = \frac{1}{2} m v^2$$

Por lo tanto, a la entrada del tubo, el electrón ha adquirido ya una velocidad que podemos calcularla así:

$$v = \sqrt{\frac{-2q_e \Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{-2 \cdot \left(-1.6 \cdot 10^{-19}\right) \cdot 1100}{9.1 \cdot 10^{-31}}} = 1.97 \cdot 10^{7}\ m/s$$



Una vez que el electrón se encuentra entre las placas, se ve sometido a una fuerza $F = q_e E$. Esta fuerza es perpendicular a su trayectoria y, dado que la carga del electrón es negativa, los sentidos de F y E son contrarios y, por tanto, estará dirigida hacia abajo.

La situación entre las placas es similar al caso en que un proyectil se lanza horizontalmente desde cierta altura, cambiando la aceleración de la gravedad por la producida por el campo eléctrico. Para calcular esta aceleración hacemos el siguiente cálculo:

$$q_e\vec{E} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{q_e E}{m} = \frac{-1.6\cdot 10^{-19}\cdot 2\cdot 10^{4}\,\hat{j}}{9.1\cdot 10^{-31}} = -3.5\cdot 10^{15}\,\hat{j}\ m.s^{-2}$$

Entre las placas, el movimiento del electrón podemos considerarlo descompuesto en dos:

- Un movimiento uniforme horizontal de $v_x=1.97\cdot 10^7$ m/s
- Un movimiento uniformemente acelerado, vertical, de aceleración $a_y=-3.5\cdot 10^{15}$ m/s^2

Las ecuaciones de movimiento son:

$$\left\{\begin{array}{l} x = v_x t \\ y = v_{0y}t + \dfrac{a_y t^2}{2} \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 1.97\cdot 10^7\, t \\ y = \dfrac{-3.5\cdot 10^{15} t^2}{2} \\ v_y = -3.5\cdot 10^{15}\, t \end{array}\right.$$

De ellas podemos deducir lo siguiente:

- El tiempo que tarda el electrón en recorrer los 4 cm entre placas

$$t = \frac{4\cdot 10^{-2}}{1.97\cdot 10^{7}} = 2.03\cdot 10^{-9}\ s$$

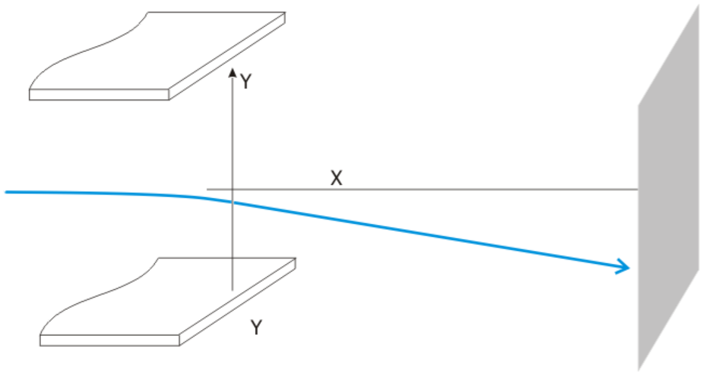
- El desplazamiento vertical a la salida de las placas:

$$\boxed{y = \frac{-3.5\cdot 10^{15}\cdot (2.03\cdot 10^{-9})^2}{2} = -7.21\cdot 10^{-3}\,m}$$

- Y la velocidad que alcanza al final de las placas:

$$\left\{\begin{array}{l} v_x = 1.97\cdot 10^7\ m/s \\ v_y = -3.5\cdot 10^{15}\cdot 2.03\cdot 10^{-9} = -7.1\cdot 10^{6}\ m/s \end{array}\right\} \rightarrow \vec{v} = 1.97\cdot 10^7\,\hat{i} - 7.1\cdot 10^6\,\hat{j}\ \ m/s$$

A partir de este instante, una vez que sale de las placas, el movimiento resultante es la combinación de dos movimientos rectilíneos uniformes perpendiculares.



Las ecuaciones de movimiento son:

$$\left\{\begin{array}{l} x = v_x t \\ y = v_y t \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 1.97\cdot 10^7\, t \\ y = y_0 - 7.1\cdot 10^{6}\, t \end{array}\right.$$

A partir de ellas, calculamos:

- El tiempo que tarda el electrón en llegar a la pantalla situada a 12 cm

$$t = \frac{0.12}{1.97 \cdot 10^{7}} = 6.09 \cdot 10^{-9}\ s$$

- El desplazamiento vertical al impactar con la pantalla

$$\boxed{y = -7.21 \cdot 10^{-3} - 7.1 \cdot 10^{6} \cdot 6.09 \cdot 10^{-9} = -0.05\ m}$$