



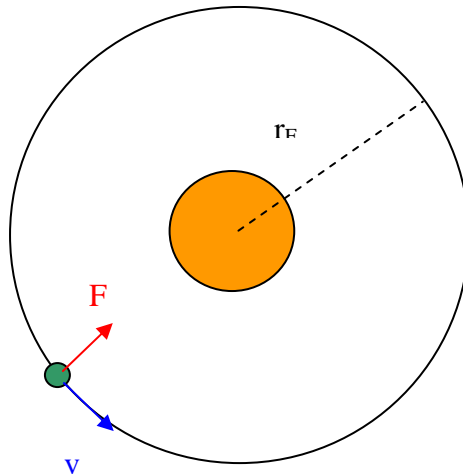
MARTE Y SUS SATÉLITES

MARTE tiene dos satélites, FOBOS y DEIMOS, cuyas órbitas tienen radios respectivos de 9400 Km y 23.000 Km. FOBOS tarda 7 horas y 42 minutos en dar una vuelta completa al planeta. Se pide:

- La fuerza o fuerzas que actúan sobre FOBOS (situando nuestro sistema de referencia en Marte).
- La masa de Marte.
- La aceleración de la gravedad en la superficie de Marte así como su velocidad de “escape” sabiendo que el radio de Marte es 3.376 Km .
- Periodo de revolución de DEIMOS.
- Sobre FOBOS ¿qué fuerza será mayor, la que ejerce Marte sobre él, o la que ejerce el Sol sobre él? . Razónalo.

Datos : $G = 6'67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$ Masa del Sol = $2 \cdot 10^{30} \text{ Kg}$, Distancia Marte-Sol = $2'28 \cdot 10^8 \text{ Km}$

- Si situamos nuestro sistema de referencia sobre Marte, la trayectoria de Fobos es circular uniforme. La única fuerza que debe actuar sobre él será la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce el planeta sobre su satélite, y, que actuará como centrípeta.



- Para calcular la masa de Marte, tenemos en cuenta que, la fuerza gravitatoria sobre Fobos actúa como centrípeta, y que podemos escribir:

$$\vec{F}_{\text{gravitatoria}} = \vec{F}_{\text{centrípeta}} \quad \frac{G \cdot m_F \cdot M_M}{r_F^2} = m_F \cdot \omega^2 \cdot r_F$$

de donde $M_M = \frac{\omega^2 \cdot r_F^3}{G}$ como

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{7.3600 + 42.60} = 2'267.10^{-4} \text{ rad / s}$$

de donde la masa de

Marte será:

$$M_M = \frac{(2'267.10^{-4})^2 \cdot (9'4.10^6)^3}{6'67.10^{-11}} = 6'4.10^{23} \text{ Kg}$$

c) La aceleración de la gravedad sobre la superficie de Marte (o lo que es lo mismo el campo gravitatorio en su superficie) será:

$$g_M = \frac{G \cdot M_M}{R_M^2} = \frac{6'67.10^{-11} \cdot 6'4.10^{23}}{(3'376.10^6)^2} = 3'74 \text{ m / s}^2$$

La “velocidad de escape” desde su superficie, será aquella velocidad que permita a cualquier masa alejarse indefinidamente de su campo gravitatorio, transformando la energía cinética en potencial hasta el infinito (es obvio que podrá caer bajo la acción de otros campos gravitatorios). Será por tanto aquella situación para la cuál la ENERGÍA TOTAL de dicha masa sea cero.

$$E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}} = \text{constante} = 0$$



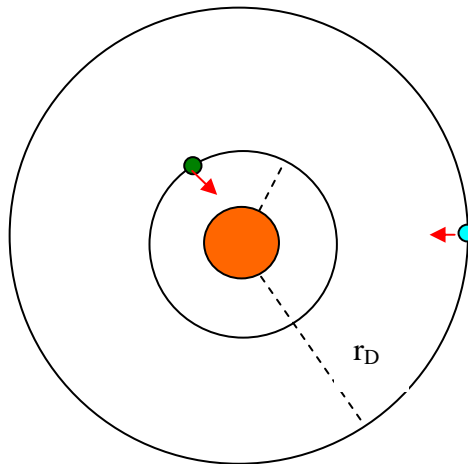
$$\frac{m \cdot v_{\text{escape}}^2}{2} + \left(-\frac{G \cdot m \cdot M_M}{R_M} \right) = 0$$

de donde la velocidad des escape de Marte

será

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_M}{R_M}} = 5029 \text{ m / s} \approx 5 \text{ Km / s}$$

d) Para calcular el periodo de DEIMOS, podemos volver a utilizar la ley de Newton para dicho satélite (ya que conocemos la masa de Marte) o, utilizar la tercera ley de Kepler para el sistema de satélites de Marte. Haremos esto último.



$$\frac{T_F^2}{r_F^3} = \frac{T_D^2}{r_D^3}$$

$$T_D = \frac{T_F \cdot r_D^3}{r_F^3} = 27720^2 \cdot \left(\frac{23 \cdot 10^6}{94 \cdot 10^6} \right)^3 = 106071s = 29'46horas$$

e) Dado que el sistema de Marte y sus satélites, está sometido a la acción del campo gravitatorio solar, el conjunto gira alrededor del mismo (con un periodo de 684 días), para FOBOS, se superponen los campos gravitatorios del Sol y el de Marte. La actuación de ambas fuerzas gravitatorias hacen del movimiento de FOBOS un movimiento complejo, pero siempre, la fuerza preponderante sobre el mismo será la que ejerce Marte (dada su proximidad). Si estudiamos las fuerzas con nuestro sistema de referencia fijo en Marte, como hemos hecho en el apartado a), el movimiento de FOBOS será más simple y la única fuerza que consideraremos será la de atracción de Marte.

Distancia media Sol-Marte = $2'28 \cdot 10^8$ Km = Distancia media Sol-Fobos
 Distancia Marte-Fobos = 9400 Km Masa del Sol = $2 \cdot 10^{30}$ Kg

La fuerza media que actúa sobre Fobos debida a la atracción solar será:

$$F_{S-F} = \frac{G \cdot M_S \cdot M_F}{D_{S-F}^2} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot M_F}{(2'28 \cdot 10^{11})^2} = 2'56 \cdot 10^{-3} \cdot M_F$$

La fuerza que actúa sobre Fobos debido a la atracción de Marte será.

$$F_{M-F} = \frac{G \cdot M_M \cdot M_F}{D_{M-F}^2} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6'4 \cdot 10^{23} \cdot M_F}{(94 \cdot 10^6)^2} = 0'48 \cdot M_F$$

$$\frac{F_{M-F}}{F_{S-F}} = \frac{0'48}{2'56 \cdot 10^{-3}} = 188 \quad \text{veces mayor.}$$

La fuerza que ejerce Marte sobre Fobos hace que describa una trayectoria circular alrededor del centro de masas del conjunto (Marte y su sistema planetario) que, a su vez está sometido a la acción atractiva del Sol. La fuerza que ejerce el Sol sobre Fobos curva su trayectoria débilmente de acuerdo con el conjunto del sistema de Marte y sus satélites. Puedes recordar lo visto en la Guía del alumno.